

Didactique et épistémologie des mathématiques et leurs interactions pour la médiation et l'enseignement supérieur

Grégoire Charlot, Viviane Durand-Guerrier, Marie-Line Gardes, Sylvain Gravier, Denise Grenier & Ghislaine Gueudet

Abstract. This text introduces the volume following the DEMIMES (Didactics and Epistemology of Mathematics and their Interactions for Mediation and Post-secondary Teaching) thematic school held in Autrans (France) from April 4 to 7, 2022.

Résumé. Ce texte introduit le volume qui fait suite à la tenue de l'école thématique DEMIMES (Didactique et Épistémologie des Mathématiques et leurs Interactions pour la Médiation et l'Enseignement Supérieur) qui s'est tenue à Autrans (France) du 4 au 7 avril 2022.

1. Les objectifs de l'école thématique

Cette école thématique a été proposée dans le cadre du GDR CNRS DEMIPS (Didactique et Épistémologie des Mathématiques, liens avec l'Informatique et la Physique, dans le Supérieur) et a été labellisée et cofinancée par le CNRS. Elle s'adressait à des enseignants du supérieur en mathématiques, informatique et physique et à des chercheurs. L'un des principaux objectifs de cette école était de mettre à disposition des participants des outils méthodologiques pour étudier et traiter des questions relatives à l'enseignement et plus largement la diffusion des mathématiques et de leurs interactions. Ceci correspond à une demande émergente de la part des enseignants chercheurs en mathématiques au niveau international (Biza et al., 2016).

Les relations entre chercheurs et chercheuses en mathématiques et chercheurs et chercheuses en didactique des mathématiques universitaires est une question vive au sein de la communauté internationale sur l'enseignement supérieur dans de nombreux pays, notamment au sein du réseau international INDRUM (International Network for Didactic Research in University Mathematics). Bardini et al. (2021) présentent trois études de cas, menées en Australie, aux États-Unis et au Mexique, qui illustrent différentes modalités de collaboration entre mathématiciens et chercheurs en didactique des mathématiques et permettent d'en discuter la nature et l'étendue. Ils mettent en évidence la diversité de ces collaborations et de ces interactions, qui dépendent non seulement du pays et de la période historique, mais aussi du niveau d'enseignement considéré et du contexte institutionnel.

Pour ce qui concerne la France, développer le dialogue entre ces deux communautés (mathématiciens et chercheurs en didactique) est une des missions que s'est donné le GDR DEMIPS et qui se poursuit dans l'axe didactique du réseau thématique du CNRS Histoire et Didactique des Mathématiques (RT HiDiM). Cet objectif de partager des pratiques et des questionnements entre membres de ces deux communautés, afin de faire vivre un dialogue fructueux était également au cœur de l'école thématique DEMIMES. Les travaux de recherche en didactique des mathématiques et de leurs interactions dans l'enseignement supérieur ont par nature un fort ancrage disciplinaire et un fort

ancrage épistémologique, incluant l'épistémologie contemporaine qui s'intéresse aux questions et aux pratiques des chercheurs et chercheuses en activité. Ces deux ancrages ont piloté l'organisation et le déroulement de l'école que nous présentons ci-dessous. Des travaux récents (Bridoux et al., 2022) montrent que les domaines de recherche en mathématiques des enseignants chercheurs irriguent leurs pratiques. Comme l'écrivent Grenier-Boley et al. (2022, p. 5) :

(...) ces résultats constituent un argument fort pour la création [de lieux] où ces pratiques pourraient être mises en valeur et discutées. Ils mettent également en évidence la nécessité de mener une réflexion didactique et épistémologique entre mathématicien.ne.s et didacticien.ne.s des mathématiques, y compris en prenant en compte les spécificités des différents domaines des mathématiques de l'enseignement supérieur et des institutions au sein desquels ceux-ci sont enseignés.

La revue *ÉpiDEMES*, le GDR DEMIPS, le réseau INDRUM et l'école thématique DEMIMES constituent de tels lieux. La création du réseau thématique HiDiM en rapprochant les communautés d'Histoire des Mathématiques et de Didactique des Mathématiques contribue également à favoriser les dialogues entre les différents acteurs de l'enseignement supérieur.

2. Le choix des contenus scientifiques

Sur le plan des contenus disciplinaires, nous avons retenus trois thèmes : le thème de la preuve qui joue un rôle central dans les enseignements universitaires ; le thème de la modélisation traité pendant l'école thématique DEMIMES à l'interface entre mathématiques et physique, et le thème de l'algorithme, à l'interface entre mathématiques et informatique. La preuve est un enjeu essentiel de l'enseignement supérieur et représente un défi majeur pour les enseignants universitaires dans la plupart des pays comme cela apparaît dans Hanna et de Villiers (2019) qui fait suite à la 19^e étude ICMI, ceci y compris dans un pays comme la France où la preuve est travaillée dès le secondaire. Pour ce qui concerne la modélisation, celle-ci est très présente dans les curricula qui s'adressent aux ingénieurs et plus largement dans les interactions avec les autres disciplines (González-Martín et al., 2021). Enfin, le développement des outils informatiques dans l'activité mathématique et dans l'enseignement supérieur nous a conduits à retenir le thème de l'algorithme comme emblématique des interactions mathématiques-informatique (Durand-Guerrier et al., 2019).

Pour ce qui concerne les cadres théoriques en didactique des mathématiques, nous avons choisi pour cette école de présenter les trois principaux cadres théoriques qui structurent la tradition française en Didactique des Mathématiques : la Théorie des Situations Didactiques développée par Guy Brousseau, la Théorie Anthropologique du Didactique développée par Yves Chevallard, et la Théorie des Champs Conceptuels développée par Gérard Vergnaud. Ces trois cadres théoriques sont présentés dans un fascicule (Gravier et al., 2022) qui a été mis à la disposition des participants et est maintenant disponible sur l'archive ouverte HAL. Ce fascicule contient également un exemple de mise en œuvre de ces cadres, concernant l'enseignement d'une notion mathématique (les nombres décimaux). L'objectif du fascicule était d'accompagner le travail des participants de l'école DEMIMES, mais aussi au-delà de permettre à tout lecteur intéressé de découvrir sous une forme très synthétique les principaux éléments de ces trois théories. Ainsi chaque théorie est présentée en une page précisant son objet, la principale hypothèse sur laquelle elle repose, son principe et sa méthode. Quatre questions de recherche essentielles en didactique, comme : « Comment se développent les

connaissances scientifiques dans et hors l'école ? », ou « Quelles articulations curriculaires assurent 'au mieux' la durabilité des savoirs appris ? » permettent également de situer les spécificités de chaque théorie.

3. Le déroulement de l'école

Les trois premières journées de l'école thématique ont été consacrées à une étude fine des obstacles relatifs à la diffusion de l'activité mathématique à travers les trois thèmes retenus. Chaque thème a été travaillé sur une journée. Pour chacun des thèmes, un mini-cours disciplinaire (respectivement en mathématiques, physique et informatique) a été proposé par un chercheur ou une chercheuse du domaine afin d'explicitier des situations où ces thématiques sont mises en jeu et les difficultés rencontrées par les étudiants. Ce mini-cours disciplinaire a été suivi d'un mini-cours en didactique des mathématiques sur ce même thème (preuve, modélisation, ou algorithme) présentant l'un des cadres théoriques fondamentaux de la didactique des mathématiques : la Théorie des Situations Didactiques pour ce qui concerne la preuve, la Théorie Anthropologique du Didactique pour la modélisation, et la Théorie des Champs Conceptuels pour l'algorithme. Il s'agissait, en particulier, de montrer comment les méthodologies didactiques peuvent aider l'enseignant ou le médiateur pour la conception d'activités dédiées à la diffusion et l'appropriation de la démarche de recherche. Les modalités de présentation retenues ont permis des échanges vivants durant les six mini-cours.

Les échanges ont pu également se poursuivre lors de séances de travail organisées sous forme d'ateliers. Un atelier thématique intitulé « Didactique de l'enseignement supérieur - DEMIPS » concernait la mise en œuvre de la Théorie Anthropologique du Didactique (en particulier le concept de praxéologie), et de la Théorie de l'Activité en didactique pour mener l'analyse d'un problème destiné à des étudiants de première année (L1) de Physique. Un atelier concernant la médiation scientifique présentait sous forme interactive trois situations relevant de l'informatique débranchée utilisées dans le cadre d'animations scientifiques : le base-ball multicolore, le réseau de tri et l'apprentissage automatique.

La dernière journée était consacrée à la présentation, sous forme d'ateliers, de dispositifs novateurs d'enseignement à l'université : 1/ le débat scientifique à l'université ; 2/ des dispositifs de formation sur la démarche de recherche en mathématiques : focale sur la nature et le rôle de la mathématisation dans une activité de modélisation ; 3/ Jeux mathématiques et raisonnements combinatoires : une unité d'enseignement (UE) en Licence pour pratiquer la démarche de recherche en mathématiques. La conception de cette UE est basée sur la pratique du modèle didactique « situation de recherche pour la classe » (SIRC) développé à Grenoble (Grenier & Payan, 2003).

4. Conclusion

Les objectifs de cette école thématique sont en accord avec les missions de la revue ÉpiDEMES. En effet il s'agit dans les deux cas de s'adresser à un public d'enseignants du supérieur (enseignants-chercheurs, enseignants en CPGE ou en IUT, etc.), et de communiquer à ce public des résultats de la recherche en didactique et épistémologie des mathématiques de l'enseignement supérieur (niveau post-bac) et des travaux de praticiens concernant des dispositifs et situations d'enseignement-apprentissage innovants. Ceci a motivé notre choix de proposer ce numéro spécial à la revue ÉpiDEMES afin de contribuer à la constitution d'une base documentaire pour la formation initiale et

continue des enseignants du supérieur visée par la revue. Nous remercions les rédacteurs en chef d'avoir accepté notre proposition et de nous avoir accompagnés tout au long du processus.

Références

- Artigue, M. et al. (2019). The French Didactic Tradition in Mathematics. In Blum, W., Artigue, M., Mariotti, M., Sträßer, R., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Eds.) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_2
- Bardini, C., Bosch, M., Rasmussen, C., & Trigueros, M. (2021). Current interactions between mathematicians and researchers in university mathematics education. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi, & C. Winslow (Eds.), *Research and Development in University Mathematics Education* (pp. 41-58). Routledge.
- Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A., & Rasmussen, C. (2016). *Research on Teaching and Learning Mathematics. ICME-13 Topical surveys*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-41814-8>
- Bridoux, S., De Vleeschouwer, M., Grenier-Boley, N., de Hosson, C., Khanfour-Armalé, R., Lebrun, N., Leininger-Frézal, C., Mesnil, Z., & Nihoul, C. (2022). Territoire académique et identité professionnelle : vers une différenciation des pratiques enseignantes à l'université. In S. Bridoux, N. Grenier-Boley & C. Leininger-Frézal (Eds.), *Les recherches en pédagogie universitaire : vers une approche disciplinairement située ?* (pp. 77-112). ISTE éditions.
- Durand-Guerrier, V., Meyer, A., & Modeste, S. (2019). Didactical Issues at the Interface of Mathematics and Computer Science. In G. Hanna, D. Reid & M. de Villiers (Eds.) *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 14. (pp. 115-138). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1_
- González-Martín, A.S., Gueudet, G., Barquero, B., & Romo-Vázquez, A. (2021). Mathematics and other disciplines, the role of modelling. Advances and challenges. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi, & C. Winsløw (Eds.), *Research and Development in University Mathematics Education. Overview Produced by the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (pp. 169-189). Routledge.
- Gravier, S., Gueudet, G., Durand-Guerrier, V., & Grenier, D. (2022). *Concepts et méthodes en didactique des mathématiques. Une introduction à la tradition française*. <https://hal.science/hal-03636739v1>
- Grenier, D. & Payan, C. (2003). Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation. In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Eds.) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2002* (pp. 189-203). IREM de Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM). <https://bibnum.publimath.fr/AAR/AAR03016.pdf>
- Grenier-Boley, N., Sabra, H., Nyssen, L., Romo-Vázquez, A., & Durand-Guerrier, V. (2022). Relever les défis de l'enseignement des mathématiques dans le supérieur aujourd'hui. *Épjournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur, 1*. <https://doi.org/10.46298/epidemes-9743>

Hanna, G., & de Villiers, M. (2019). *Proof and Proving in Mathematics Education*. Springer. *The 19th ICMI Study*. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6>

Grégoire Charlot
Institut Fourier, UMR 5582, Université Grenoble Alpes,
CS 40700, 38058 GRENOBLE CEDEX9, France
email : gregoire.charlot@univ-grenoble-alpes.fr

Viviane Durand-Guerrier
Université de Montpellier, IMAG, CNRS,
Place Eugène Bataillon, 34095 MONTPELLIER CEDEX5, France
email : viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr

Marie-Line Gardes
HEP Vaud,
Avenue de Cour 33, 1014 Lausanne, Suisse
email : marie-line.gardes@hepl.ch

Sylvain Gravier
Institut Fourier, UMR 5582, Université Grenoble Alpes,
CS 40700, 38058 GRENOBLE CEDEX9, France
email : sylvain.gravier@univ-grenoble-alpes.fr

Denise Grenier
Institut Fourier, UMR 5582, Université Grenoble Alpes,
CS 40700, 38058 GRENOBLE CEDEX9, France
email : denise.grenier@univ-grenoble-alpes.fr

Ghislaine Gueudet
Université Paris-Saclay, UR EST
91400 ORSAY, France
e-mail: ghislaine.gueudet@universite-paris-saclay.fr